

# 測量學

一、於 P 點對 Q 點進行三角高程測量，觀測量：天頂距為  $89^{\circ}00'00'' \pm 20''$ ，斜距為  $60.000 \text{ m} \pm 0.003 \text{ m}$ ，稜鏡高為  $1.500 \text{ m} \pm 0.001 \text{ m}$ ，儀器高為  $1.600 \text{ m} \pm 0.010 \text{ m}$ ，並已知  $H_P = 10.000 \text{ m} \pm 0.005 \text{ m}$ ，所有觀測量之間均不相關。

(一)試求 Q 點的高程值最或是值 ( $H_Q$ ) 及其標準 (偏) 差? (15 分)

(二)另以水準測量後視 P 點及前視 Q 點，標尺讀數分別為  $1.996 \text{ m}$  及  $0.866 \text{ m}$ ，若標尺讀數誤差為  $\pm 0.001 \text{ m}$ ，且無其它誤差來源，試求 Q 點的高程值最或是值及其標準 (偏) 差。(10 分)

試題評析 垂直角的觀測應用與誤差分析。

考點命中 《高點建國土木測量學講義》第四章角度測量 Page 23

解：

(一)Q 點高程最或是值及其標準差

P 點高程  $H_P = 10.000 \pm 0.005 \text{ m}$

儀器高  $i = 1.600 \pm 0.010 \text{ m}$

斜距  $S = 60.000 \pm 0.003 \text{ m}$

稜鏡高  $z = 1.500 \pm 0.001 \text{ m}$

天頂距  $\alpha = 89^{\circ}00'00'' \pm 20''$

(即仰角  $\theta = 1^{\circ}00'00'' \pm 20''$ )

Q 點高程計算式：

$$H_Q = H_P + i + S \cdot \sin(\theta) - z = 11.147 \text{ m}$$

Q 點高程誤差傳播計算式：

$$d\Delta H_Q = \frac{\partial H_Q}{\partial H_P} dH_P + \frac{\partial H_Q}{\partial i} di + \frac{\partial H_Q}{\partial S} dS + \frac{\partial H_Q}{\partial \theta} \frac{d\theta}{\rho''} + \frac{\partial H_Q}{\partial z} dz$$

$$d\Delta H_Q = 1 \cdot \sigma_{H_P} + 1 \cdot \sigma_i + \sin(\theta) \cdot \sigma_S + S \cdot \cos(\theta) \cdot \frac{\sigma_\theta}{\rho''} + 1 \cdot \sigma_z$$

$$M_{H_Q}^2 = 1^2 \cdot (0.005)^2 + 1^2 \cdot (0.010)^2 + (\sin(1^\circ))^2 \cdot (0.003)^2 + (60 \cdot \cos(1^\circ))^2 \cdot \left(\frac{20''}{\rho''}\right)^2 + 1^2 \cdot (0.001)^2$$

$$M_{H_Q} = \pm 0.0126 \text{ m}$$

(二)採用直接水準計算 Q 點高程

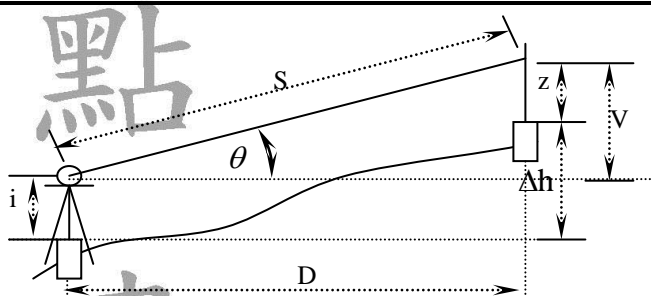
Q 點高程計算式：

$$H_Q = H_P + B_{\text{後視}} - F_{\text{前視}} = 10.000 + 1.996 - 0.866 = 11.130 \text{ m}$$

Q 點高程誤差傳播計算式：

$$M_{H_Q}^2 = 1^2 \cdot M_{H_P}^2 + 1^2 \cdot m_B^2 + 1^2 \cdot m_F^2$$

$$M_{H_Q} = \pm \sqrt{1^2 \cdot 0.005^2 + 1^2 \cdot 0.001^2 + 1^2 \cdot 0.001^2} = \pm 0.0052 \text{ m}$$



二、針對臺灣地區 1997 大地基準 (TWD97) 或稱 1997 臺灣大地基準，試說明以下：

(一) 所使用之坐標框架？(5 分)

(二) 所採用之參考橢球體橢球參數？(5 分)

(三) 在二度分帶橫麥卡托投影系統下，針對東經 121°，北緯 23.5° 的位置，試精確計算該位置之 E 坐標，並估算其 N 坐標 (E、N 坐標解算過程所使用之參數及計算方法與過程均需詳加說明，否則不予計分)。(15 分)

試題評析	坐標系統之定義與應用
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第五章坐標系統Page2

解：

(一) 採 ITRF 於 1994 年公布之國際地球參考框架 (ITRF94)

(二) 採 IUGG 國際大地測量學會及地球物理學協會於 1980 年公布之參考橢球體 (即 GRS80)

長軸  $a = 6378137$  公尺

扁率  $1/f = 298.257222101$

(三) 二度分帶橫麥卡托投影參數：

長軸半徑 6378137m

中央經線經度 121°

中央經線尺度比 0.9999

坐標原點西移 250,000m，即該測點位置 E 坐標

該測點位於北緯 23.5°，至赤道 (北緯 0°) 位置之長度 (弧長 S) 計算式如下：

$$S = \frac{23.5^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi R = 2616008.034\text{m} \text{ (其中, } R=6378137)$$

故該測點坐標 (N, E) = (2616008.034, 250000.000)

三、一矩形採以下兩種方式測量，長度測量單位均為公尺：

(1) 長及寬測量所得之標準 (偏) 差分別為  $\pm\sigma_a$  及  $\pm\sigma_b$ ；

(2) 四個邊長均測量，兩長及兩寬測量所得之標準 (偏) 差分別為  $\pm\sigma_{a1}$ ， $\pm\sigma_{a2}$ ， $\pm\sigma_{b1}$ ， $\pm\sigma_{b2}$ ，其中  $\sigma_{a1}=\sigma_{a2}=\sigma_a$ ； $\sigma_{b1}=\sigma_{b2}=\sigma_b$ ，

(一) 分別計算 (1) 與 (2) 之周長標準 (偏) 差。(15 分)

(二) 那一種測量方式所得周長品質較佳？其原因為何？(10 分)

試題評析	誤差分析與誤差傳播應用
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第一章測量概論Page05

解：

先假設觀測量符號

(1) 方式觀測量，長: a, 寬: b

(2) 方式觀測量，長: a1、a2，寬: b1、b2

(一) 先列出兩種方式之周長計算式

(1)  $L1=2a+2b$

(2)  $L2=a1+a2+b1+b2$

因此可以誤差傳播推算兩種方式之周長標準偏差

$$(1) M_{L1}^2 = 2^2 \cdot \sigma_a^2 + 2^2 \cdot \sigma_b^2$$

$$(2) M_{L2}^2 = \sigma_{a1}^2 + \sigma_{a2}^2 + \sigma_{b1}^2 + \sigma_{b2}^2 \xrightarrow{\substack{\sigma_{a1}=\sigma_{a2}=\sigma_a \\ \sigma_{b1}=\sigma_{b2}=\sigma_b}} = 2 \cdot \sigma_a^2 + 2 \cdot \sigma_b^2$$

(二) 由計算式可以推論，(2)方式所得周長品質較佳

若採用(2)方式測量四個邊長，邊長標準差為四個邊長的累積(誤差傳播)。

但是採用(1)方式，邊長為長與寬的2倍和，透過誤差傳播的計算過程，標準偏差值則被放大。

#### 四、針對衛星定位測量：

(一)說明單點定位及相對定位之觀測量、未知數及解算方程式。(15分)

(二)何謂精度因子(Dilution of Precision, DOP)?如何求解DOP?(10分)

試題評析	GPS定位測量的計算方程式理解與應用。
考點命中	《高點建國土木測量學講義》第十章衛星定位測量Page03

解：

(一)單點定位及相對定位之觀測量、未知數及解算方程式

(1)單點定位:單一觀測站接收，利用虛擬距離觀測量進行定位。

$$\text{觀測方程式: } \rho_i = R + c \cdot (dt - dT) + dtrop + dion_i + \varepsilon \rho_i$$

已知量:  $c$ :真空中光速(公尺/秒)

觀測量:  $\rho_i$ :量測所得虛擬距離(公尺)

未知數  $R$ :衛星到接收儀間真實距離(公尺)

$dt$ :接收儀時鐘誤差(秒)

$dT$ :衛星時鐘誤差(秒)

$dtrop$ :對流層延遲誤差(公尺)

$dion_i$ :電離層延遲誤差(公尺)

$\varepsilon \rho_i$ :虛擬距離觀測量之雜訊及多路徑效應(公尺)

(2)相對定位:以載波相位進行觀測，由兩個以上測站同時進行觀測求聯解之方式。

$$\text{觀測方程式: } L_i^j = R_i^j + c \cdot (dt_i - dT^j) + dtrop_i^j + dion_i^j + \lambda_k \cdot N_i^j + \varepsilon L_i^j$$

(上標:衛星編號, 下標:接收器編號)

已知量:  $c$ :真空中光速(公尺/秒)

$\lambda_k$ :載波之波長(公尺)

觀測量:  $L_i^j$ :量測所得相位觀測量(公尺)

未知數  $R$ :衛星到接收儀間真實距離(公尺)

$dt$ :接收儀時鐘誤差(秒)

$dT$ :衛星時鐘誤差(秒)

$dtrop$ :對流層延遲誤差(公尺)

$dion_i$ : 電離層延遲誤差(公尺)

$N_i^j$ : 相位未定值(cycles)

$\varepsilon L_i^j$ : 相位觀測量之雜訊及多路徑效應(公尺)

(二)何謂精度因子(Dilution of Precision, DOP)，如何求解DOP?

精度稀釋因子DOP(Dilution of precision)，或精密值強弱度，簡稱精度因子；此因子主要針對單點虛擬距離定位時採用。單點定位之觀測的結果會與接收器、衛星間幾何分布有密切的關係，此因子可用來計算的誤差量。

計算式如下：

2D平面 精度因子： $HDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy}}$

高程(垂直)精度因子： $VDOP = \sqrt{q_{zz}}$

3D點位 精度因子： $PDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}}$

時間 精度因子： $TDOP = \sqrt{q_{tt}}$

幾何 精度因子： $GDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}} = \sqrt{PDOP^2 + TDOP^2}$

【版權所有，翻印必究】