

《平面測量與施工測量》

一、在測量的實務工作中，必須注意測量數據的偵錯、剔錯、有效位數及度量衡單位，舉例來說，量測一段距離七次，其觀測值如下：

369.42 m, 369.44 m, 369.40 m, 269.99 m, 369.46 m, 369.41 m, 369.43 m

則該段距離之最或是值 (most probable value) 及最或是值的中誤差 (standard deviation) 分別為多少？(20 分)

試題評析	距離測量與中誤差計算之結合題型
考點命中	Chap01測量概論之Page05

解：

思考：

(1) 先計算最或是值及標準偏差。

(2) 最或是值 ± 1 倍標準偏差的信心區間約67%、最或是值 ± 2 倍標準偏差的信心區間約95%、最或是值 ± 3 倍標準偏差的信心區間約99.7%，依此判斷誤差過大而應剔除之觀測量。

解算：

$$\text{最或是值 } \bar{L} = \frac{1}{n}(l_1 + \dots + l_n) = 355.22$$

$$v_i = l_i - \bar{L} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = [14.22 \quad 14.20 \quad 14.18 \quad -85.23 \quad 14.24 \quad 14.19 \quad 14.21]^T$$

$$\text{觀測量中誤差 } m_i = \pm \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{(n-1)}} = \pm 37.58$$

$$\text{平均值中誤差 } M_{\bar{L}} = \pm \frac{1}{n} \sqrt{n \cdot m^2} = \pm 14.20$$

$$\begin{cases} \bar{L} \pm 1 \cdot m \dots \text{可信區間} 67\% \\ \bar{L} \pm 2 \cdot m \dots \text{可信區間} 95\% \\ \bar{L} \pm 3 \cdot m \dots \text{可信區間} 99.7\% \end{cases} \quad \text{若選擇 2 倍中誤差為檢核範圍，即 } 355.25 \pm 37.58 \times 2 \text{ 為}$$

95%可信區間，即 280.05~430.39 為 95%的可信區間，則 269.99 應予以剔除。再重新計算。

$$\bar{L} = \frac{1}{n}(l_1 + \dots + l_n) = 369.43$$

$$v_i = l_i - \bar{L} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = [-0.01 \quad 0.01 \quad -0.03 \quad 0.03 \quad -0.02 \quad 0.00]^T$$

$$\text{觀測量中誤差 } m_l = \pm \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{(n-1)}} = \pm 0.004$$

$$\text{平均值中誤差 } M_L = \pm \frac{1}{n} \sqrt{n \cdot m^2} = \pm 0.008$$

二、土木工程常計算土方量、面積、坡度、坡向等各式數據，要注意其計算使用的測量觀測值的誤差會影響計算成果的數據精度，例如在 1/5000 的地形圖上量測一筆長方形土地的長寬分別為圖上的 $6.00 \text{ cm} \pm 0.2 \text{ mm}$ 、 $4.00 \text{ cm} \pm 0.3 \text{ mm}$ ，則這一筆土地的實地面積為多少公頃？實地面積的中誤差為多少平方公尺？（20 分）

試題評析	中誤差計算之變化題型
考點命中	Chap01 測量概論之 Page05

解：

思考：

(1) 考慮比例尺之因素，推導實地之面積公式

(2) 引用誤差傳播之公式即可解算

解算

地形圖上長方形面積 $a = w \times h = 6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

加入比例尺考量 $W = 5000w = 30 \text{ m}$ ， $H = 5000h = 20 \text{ m}$

實地面積 $A = 5000w \cdot 5000h = 25000000 \cdot w \cdot h$

實地面積最或是值 $A_0 = 25000000(h \cdot w) = 600,000,000 \text{ cm}^2 = 600 \text{ m}^2$ 。

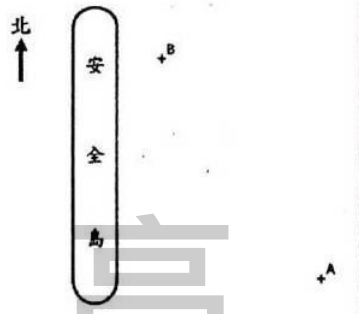
$$A = A_0 + \frac{\partial A}{\partial w} \cdot dw + \frac{\partial A}{\partial h} \cdot dh = 25000000(h \cdot w + h \cdot dw + w \cdot dh)$$

$$\text{圖面面積中誤差 } M_a = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial w}\right)^2 \cdot m_w^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)^2 \cdot m_h^2} = \pm \sqrt{h^2 \cdot m_w^2 + w^2 \cdot m_h^2}$$

$$M_a = \pm \sqrt{(0.040 \text{ m})^2 \cdot (0.0002 \text{ m})^2 + (0.060 \text{ m})^2 \cdot (0.0003 \text{ m})^2} = 0.00002 \text{ m}^2$$

實地面積中誤差 $M_A = 2.5 \cdot 10^7 \cdot M_a = 492 \text{ m}^2$ 。

三、在一條南北向的道路路面鋪設工地上，有 A、B 兩點（如下圖），其三維地面坐標分別為 $A(X_A=173500.852 \text{ m}, Y_A=2534329.459 \text{ m}, Z_A=32.468 \text{ m})$ 、 $B(X_B=173488.904 \text{ m}, Y_B=2534382.168 \text{ m}, Z_B=32.963 \text{ m})$ ，已知 A 點必須下挖 0.23 m ，且此路面橫坡度 2%（朝東下坡）、縱坡度 1%（朝北上坡），則 B 點必須挖（或填）多少公尺？（20 分）



試題評析	依據坡度定義計算高程差。
考點命中	Chap08路線測量之Page05

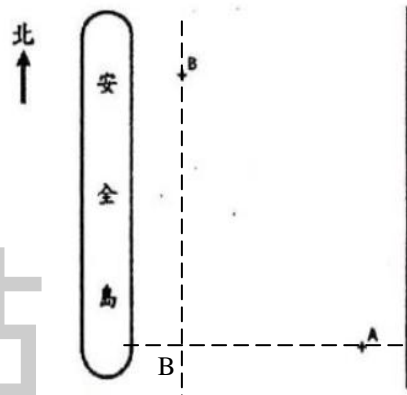
解：

思考：

- (1) 了解坡度的定義
 - (2) 依據坡度要求，計算高程差異
 - (3) 依據高程差異，計算挖填深度
- 解算

假設輔助點B' 為AB縱橫交會點

	X	Y	Z
A 坐標高程	173500.852	2534329.459	32.468
B 坐標高程	173488.904	2534382.168	32.963



計算 AB 之間坐標差即高程差

(A->B) Δ X	(A->B) Δ Y	(A->B) Δ Z
-11.95	52.71	0.49

依據題目要求，此路面橫坡度2%(朝東下坡)。

AB間橫向差異 $\Delta X=11.95$ ，即B' 點需高於A點 $=11.95*2\%=0.239m$

依據題目要求，此路面縱坡度1%(朝北上坡)。

AB間縱向差異 $\Delta Y=52.71$ ，即B點需高於B' 點 $=52.71*1\%=0.527m$

因此，B點挖填後高度需高於挖填後A點 $0.239+0.527=0.766m$

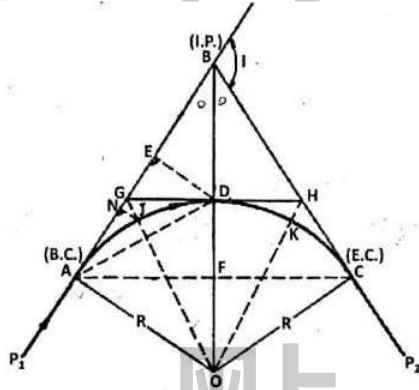
A點下挖 $0.23m$ 後高程 $=32.468-0.23=32.238m$

B點挖填後高度 $=32.238+0.766=33.004m$

B點挖填前高度 $=32.963m$

即B點應填 $=33.004-32.963=0.041m$

四、如下圖所示，A、D、C 及 J、K 都是圓弧曲線道路之主點，A 是曲線起點 (Beginning of Curve, B.C.)，C 為曲線終點 (End of Curve, E.C.)，B 為圓弧曲線在 A、C 兩點的切線之交點 (Intersection Point, I.P.)，R 為圓弧曲率半徑 (Radius of Curve)， \overline{BD} 為外距 (External Distance)， \overline{ADC} 為曲線長度，D 為曲線中點，J、K 分別為曲線 \overline{AJD} 、 \overline{DKC} 的中點。已定其曲線之起終點 A、C，兩者之里程分別為 $A=44K+931\text{ m}$ ， $C=45K+163.71\text{ m}$ ， $I=26^\circ 40'$ ， $R=500\text{ m}$ ，請計算曲線長度 \overline{AJD} 、弦長 \overline{AD} 、偏角 $\angle DAB$ 、外距 \overline{BD} 。(20 分)



試題評析	路線測量之單曲線，曲線元素計算
考點命中	Chap09路線測量之Page04

解：

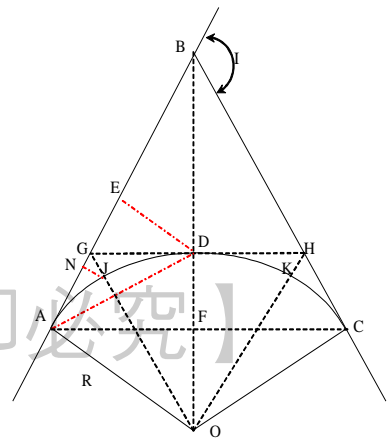
切線外偏角 $I = 26^\circ 40'$ 即 $\angle AOC = 26^\circ 40'$

$$\text{曲線長度 AJD} = \frac{I/2}{360} \cdot 2\pi R = 232.711\text{m}$$

$$\text{弦長 AD} = 2 \cdot R \cdot \sin(\angle AOD) = 2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{I}{4}\right) = 116.093\text{m}$$

偏角 = 0.5 圓心角，即 $\angle DAB = 0.5 \angle AOB = 0.25 \text{ 倍 } I \text{ 角} = 6^\circ 40'$

$$\text{外距 } BD = BO - R = R \cdot \sec\left(\frac{I}{2}\right) - R = 513.851 - 500 = 13.821\text{m}$$



五、已知兩個平面控制點 $A(X_A=167447.491 \text{ m}, Y_A=2535529.417 \text{ m})$ 、 $B(X_B=173600.168 \text{ m}, Y_B=2540838.005 \text{ m})$ ，今將全站儀架設於 B 點，觀測 A、C 兩點的水平角正鏡讀數分別為 $A_{\text{正}}=60^{\circ}13'25''$ 、 $C_{\text{正}}=251^{\circ}47'24''$ ，倒鏡讀數分別為 $A_{\text{倒}}=240^{\circ}13'13''$ 、 $C_{\text{倒}}=71^{\circ}47'11''$ ，則方向 \overrightarrow{CB} 的方位角為多少？(20 分)

試題評析 經緯儀之正倒鏡計算與方位角推算

考點命中 Chap04 角度測量之Page05與Chap05 坐標系統之Page04

解：

思考：

- (1) 先計算正倒平均
 - (2) 依據方位角定義推算方位角
- 解算

	X	Y
A	167447.491	2535529.417
B	173600.168	2540838.005

	ΔX	ΔY
(A→B)	6152.677	5308.588

可知，B 點在 A 點的東北方
計算正倒鏡平均與夾角

測站	觀點	鏡位	讀數			正倒鏡平均值			角			備註		
			°	'	''	°	'	''	°	'	''			
B	A	正	60	13	25	60	13	19						
		倒	240	13	13									
	C	正	251	47	24	251	47	18				190	25	59
		倒	71	47	11									

即 $\angle ABC = 190^{\circ}25'59''$

計算 BA 方位角

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{|\Delta X_{AB}|}{|\Delta Y_{AB}|}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6152.677}{5308.588}\right) = 49^{\circ}12'43.4''$$

BA 方位角 $= 180^{\circ} + 49^{\circ}12'43.4'' = 229^{\circ}12'43.4''$

BC 方位角 $= \text{BA 方位角} + \angle ABC = 229^{\circ}12'43.4'' + 190^{\circ}25'59'' = 59^{\circ}38'42.4''$

CB 方位角 $= \text{BC 方位角} + 180^{\circ} = 239^{\circ}38'42.4''$

