

# 《工程測量》

林昇老師 主解

一、距離測量中，「海平面規劃改正」(correction for reduction to sea level)之改正原因與目的為何？又如何進行？本項改正與橢球面的關聯為何？並請以相對精度為規範要求探討改正量之顯著程度。請列舉假定地球為一圓球時之化算公式，並以文字配合圖形說明。(25分)

**試題評析** 海平面歸化改正為量距誤差改正項目之一，本題為深入探討量距改正之題型。

**考點命中** 《高點建國測量學講義第一回》，林昇老師編撰，第二章·P22。

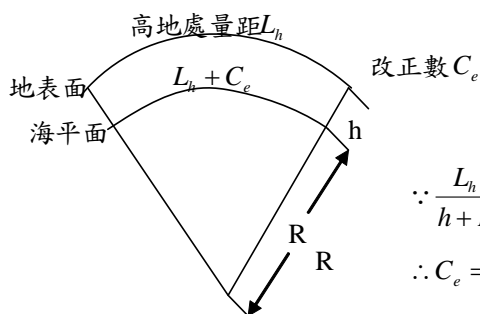
解：

(一)海平面歸化改正：精密距離測量，為使在不同高程下有一共同的標準，須將測得距離化算至作為共同基準面之平均海平面上。

(二)平均海面與參考橢球之間有不規則的大地起伏差異，且海平面歸化改正是化算至平均海平面上，因此海平面歸化改正與參考橢球之間並無直接關聯。

(三)假設地球為圓球。於高處量測之距離為 $L_h$ ，依下圖所示，海平面歸化改正值為 $C_e = -\frac{L_h \cdot h}{R}$ ，量測之相對

精度為 $\frac{C_e}{L_h} = \frac{h}{R}$ ，可依精度要求(如1/10000)判斷改正值之顯著情形。



$$\therefore \frac{L_h}{h+R} = \frac{L_h + C_e}{R}$$

$$\therefore C_e = -\frac{L_h \cdot h}{h+R} \approx -\frac{L_h \cdot h}{R}$$

二、請以文字配合圖形解釋經緯儀「指標差」(index error)發生之原因與消除之方法。水平角與垂直角是否均有「指標差」？並請以計算公式說明「指標差」與度盤刻劃方式及零點方向之關係。雷射掃描儀(laser scanner)是否有「指標差」的問題？(25分)

**試題評析** 應對指標差之意義深入了解，方可解算本題。

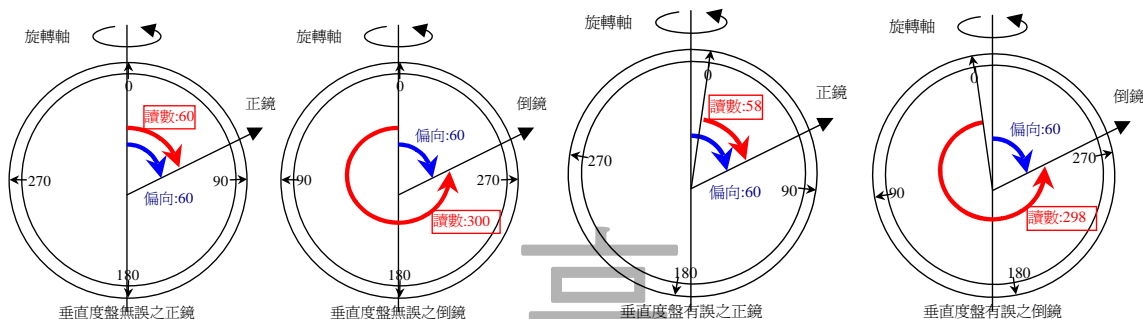
**考點命中** 《高點建國測量學講義第一回》，林昇老師編撰，第四章·P65。

解：

(一)指標差為儀器垂直度盤指標偏移所致。因為水平讀數之指標非固定，故水平讀數並無指標差。

(二)指標差之計算如下

(1)度盤 $0^\circ$ 在天頂，正鏡水平時讀數應為 $90^\circ$ 、倒鏡水平時讀數為 $270^\circ$ ，否則就有指標差*i*。



(2) 儀器正常：正(60)+倒(300)=360

(3) 含指標差：正(58)+倒(298)=356=360+二倍指標差(i)

$$i = \frac{(\text{正} + \text{倒}) - 360}{2}$$

指標差

改正數  $v = -i$  (改正後讀數=改正前讀數+v)

(三) 雷射掃描儀之垂直角度記錄，亦與儀器內部固定指標有關，故應具有指標差之誤差。

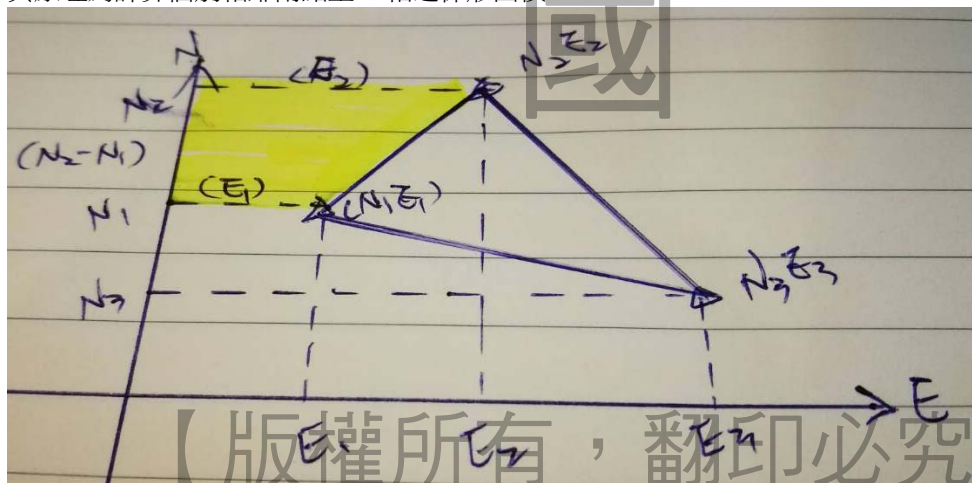
三、請以文字配合圖形說明「倍橫距法面積計算」的原理及常用公式。如果計算面積為負值，其原因為何？並請以一三角形為例探討計算所得面積不確定度(uncertainty)與坐標值不確定度之間的傳播關係。(25分)

<b>試題評析</b>	由公式配合圖形，即可瞭解其意義，再由誤差傳播分析坐標誤差之影響。
<b>考點命中</b>	《高點建國測量學講義第二回》，林昇老師編撰，第十一章·P73。

解：

(一) 倍橫距法或倍經距法  $Area = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{(E_i + E_{i+1})(N_i - N_{i+1})\}$

其原理為計算個別相鄰兩點至 N 軸之梯形面積。



(二) 由於計算點位順序選擇不同，才會發生 N 值出現負值之狀況

(三) 由倍橫距法之公式為  $Area = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{(E_i + E_{i+1})(N_i - N_{i+1})\}$ ，可知其為 N、E 坐標平方和所組成。

依據誤差傳播定律可知：

1. 每個點位坐標所含誤差，會在計算過程中放大兩倍由誤差傳播帶入計算面積之誤差中。

(將面積計算公式進行泰勒展開式，化為線性式，即可知每項係數均為 2)

2. 帶求測區之點數越多，累積至計算面積之誤差越大。

四、e-GNSS 為內政部國土測繪中心建構之高精度之電子化全球衛星即時動態定位系統名稱，可提供即時性衛星動態定位服務。臺灣地區因位處於地殼變動劇烈地帶，且區域性之地表位移量各地均有明顯差異，也因此造成各基準站間坐標精度已不敷進行相關資料解算。配合內政部於 101 年 3 月 30 日公布 TWD97〔2010〕坐標系統，e-GNSS 動態坐標系統仍以內政部公布 TWD97〔2010〕國家坐標系統為起算基準，並盡量達到 2 套坐標系統間之最大相關性，約制在國土測繪中心基準站三維空間坐標，解算各基準站 e-GNSS〔2015〕精密坐標。至於澎湖、金門及馬祖地區維持原 TWD97〔1997〕坐標框架，不予變更。

今若以 e-GNSS 服務測量某一區域一群既有監測點之坐標，該批監測點前期測量為根據 e-GNSS 以外之坐標系統。若擬套合前期坐標，請問應如何進行？並請就參數意義比較不同數學轉換模式之優缺點。(25 分)

**試題評析** 了解各類坐標系統之產生過程，較易了解本題之意義與應答之方式。

**考點命中** 《高點建國測量學講義第一回》，林昇老師編撰，第五章·P83。

解：

(一) 以 e-GNSS 施測不同坐標系統之已知坐標監測點，應將施測值採用四參數轉換強制附合至監測點已知坐標，再依強制附合前後的坐標偏移量進行分析，判斷偏移量是否僅為坐標轉換所致？或由於監測點發生位置變動所致。

(二) 不同坐標轉換模式分析

1. 四參數轉換：

$$S = \frac{\overline{AB}}{ab} = \frac{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}}{\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}}$$

i. 比例尺 Scale：

ii. 旋轉 Rotation： $(x, y) \rightarrow (X', Y') \rightarrow (X, Y)$

$$\begin{matrix} X'_c = x_c(\cos(-\theta)) + y_c(\sin(-\theta)) \\ Y'_c = -x_c(\sin(-\theta)) + y_c(\cos(-\theta)) \end{matrix}, \text{ 故 } \begin{bmatrix} X'_c \\ Y'_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix}$$

iii. 平移 Translation： $\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'_c \\ Y'_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} X'_c \\ Y'_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$  (含尺度變化)

$$\text{以公式表示：} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b & 0 & 0 \\ b & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -b \\ 0 & 0 & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ x_b \\ y_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_{XA} \\ T_{YA} \\ T_{XB} \\ T_{YB} \end{bmatrix} \quad \text{其中 } \begin{matrix} a = S \cos\theta \\ b = -S \sin\theta \end{matrix}$$

2. 六參數轉換：

$$\text{iv. } \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x \cos\theta & S_y(\sin\theta + \sin\varepsilon \cdot \cos\theta) \\ -S_x \sin\theta & -S_y(\sin\varepsilon \cdot \sin\theta + \cos\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 X + a_3 Y \\ b_1 + b_2 X + b_3 Y \end{bmatrix}$$

v.  $x = a_1 + a_2 X + a_3 Y$   
 $y = b_1 + b_2 X + b_3 Y$ ，其中  $a_1, b_1$  表平移， $a_2, b_2, a_3, b_3$  表比例尺與旋轉。

3. 比較：

四參數轉換，可維持轉換前後測點之間的角距關係，以此方式判斷是否有監測點發生偏移狀況較為妥當。

六參數轉換，提供監測點原坐標與 e-GNSS 坐標間各種變形，用於判斷是否監測點發生偏移較不容易。

# 高 點 建 國

【版權所有，翻印必究】