

《鋼筋混凝土設計與預力混凝土設計》

- 一、下圖所示梁斷面之拉力筋為 3-D25 和 2-D22，壓力筋為 2-D19。混凝土抗壓強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ 、鋼筋降伏強度 $f_y = 5600 \text{ kgf/cm}^2$ ，淨保護層 $c = 4 \text{ cm}$ ，試求該斷面之設計彎矩強度 ϕM_n 。(25分)



鋼筋混凝土梁斷面圖

試題評析	<p>1. 梁受純彎矩作用，一定有拉力側與壓力側，換言之真實中性軸必定小於 d，結果算出 $x' = 73.26 \text{ cm}$，這說明極限時必壓不降。如果某生腦袋轉不過來，麻煩上歐陽 RC，課內有教，因為目前該生的程度……不好說。</p> <p>2. $f_y = 5600 \text{ kgf/cm}^2$ 的鋼筋，今年正課演練不下數 10 題，高點學員都有得分。</p> <p>3. 今年正課講 $f_y = 5600 \text{ kgf/cm}^2$，在拉降的前提下，本題 $\frac{d_t}{d'} = \frac{53.46}{6.225} = 8.59 < 22.5$ 必壓不降，不信你回頭看上課筆記與課本。什麼？你不知道 22.5，啊！那肯定挫賽了，還不趕快來報名歐陽 RC？</p> <p>4. 現行規範可以使用 $f_y = 5600 \text{ kgf/cm}^2$ 的鋼筋嗎？哈！可以的，規範有開一模糊後門，在「其他」的部分，可以。</p>
考點命中	歐陽老師《解說鋼筋混凝土》例題 2-5.5。

解：

一、

$$(1) A_s = 2(3.871) + 3(5.067) = 22.943 \text{ cm}^2$$

$$A'_s = 2(2.865) = 5.73 \text{ cm}^2$$

$$d_t = 60 - 4 - 1.27 - 2.54 / 2 = 53.46 \text{ cm}$$

$$y_1 = \frac{2(3.871)(2.5 + \frac{2.54 + 2.22}{2})}{22.943} = 1.647 \text{ cm} \quad (\text{鋼筋重心})$$

$$d = d_t - y_1 = 51.81 \text{ cm}$$

(2)檢驗拉降否

$$\varepsilon_y = 5600 / E_s = 0.0027451$$

$$x_b = \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} d = 27.05 \text{ cm}$$

$$A_{sb} = \frac{0.85f'_c(\beta_1 x_b)b}{f_y} + A'_s = \frac{0.85 \times 280(0.85 \times 27.05)30}{5600} + 22.943 = 52.26 \text{ cm}^2$$

$$A_s < A_{sb} \quad \text{故拉降}$$

檢驗壓降否

$$d' = 4 + 1.27 + 1.91 / 2 = 6.225 \text{ cm}$$

$$x' = \frac{0.003}{0.003 - \varepsilon_y} d' = 73.26 \text{ cm} > \text{梁全深} = 60 \text{ cm} \quad \text{故肯定壓不降}$$

(3)設極限時，中性軸x cm

$$C_c = 0.85 f'_c ab = 0.85(0.28)(0.85x)30 = 6.069x \quad \text{tf}$$

$$T = A_s f_y = 5.6(22.943) = 128.481 \text{ tf}$$

$$C_s = A'_s [E_s \varepsilon'_s - 0.85 f'_c] = 5.73 \left[2.04 \times 10^3 \times \frac{0.003}{x} (x - 6.225) - 0.85(0.28) \right]$$

$$= 5.73 \left[6.12 \left(1 - \frac{6.225}{x} \right) - 0.85(0.28) \right] = 33.704 - \frac{218.296}{x} \text{ tf}$$

$$C_c + C_s = T$$

$$6.069x + 33.704 - \frac{218.296}{x} = 128.481$$

$$\text{解出 } x = 17.654 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_t = \frac{0.003}{x} (d_t - x) = 0.006085 > 0.005 \quad \text{故 } \phi = 0.9$$

$$a = 0.85x = 15.01 \text{ cm}$$

x代回得

$$C_c = 107.142 \text{ tf}$$

$$C_s = 21.339 \text{ tf}$$

$$M_n = C_c (d - 0.5a) + C_s (d - d') = 107.142 (51.81 - 0.5 \times 15.01) + 21.339 (51.81 - 6.225)$$

$$= 5719.88 \text{ tf-cm} = 57.199 \text{ tf-m}$$

$$\phi M_n = \underline{51.48 \text{ tf-m}}$$

二、混凝土斷面寬度 30 cm，深度 50 cm，承受設計彎矩 $M_u = 19.5 \text{ tf}\cdot\text{m}$ 。假設有效深度 $d = 43.5 \text{ cm}$ ，可選用之混凝土強度分別為 $f'_c = 210、280 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ ；鋼筋降伏強度分別為 $f_y = 4200、5600 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ 。若拉力鋼筋限用 D25 鋼筋，請設計所需最經濟之材料強度與拉力鋼筋支數，及對應之材料強度，並請評論材料強度對拉力鋼筋用量之影響。(25分)

試題評析	<p>1.題目的「最經濟」是一個模糊字眼，不同人解釋不同，可能造成不同答案。如果考生認為最經濟跟市場單價有關，涉及到不同配比混凝土單價與鋼筋單價，並不能說考生錯啊！調整文字表達方式本來就是命題者的事，搞到模糊不清楚，就「合理解釋並計算者」送分啊！</p> <p>2.命題者可能是有錢的教授，所以他講到最經濟，應該就想到「數量最少」，而沒有想到單價的問題。一般普羅百姓與考生，正常想到的是單價乘以數量才是「最經濟」。出這道題目，就是「有錢人想的跟你不一樣」。您上網查，$f'_c=210 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ 與 $f'_c=280 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ 的混凝土，單價隨台灣南北差很多，隨歷史走勢也差很多，這「最經濟」要怎麼算？考場北中南都有喔！量多不一定最後貴，量少不一定最後便宜，命題教授應該是不食人間煙火。</p> <p>3.SD420W與SD550W的鋼筋，單價也不一樣，先問一下，命題教授知道單價嗎？如果他自己都不知道，這「最經濟」他要怎麼算？量多不一定貴，量少不一定便宜，命題教授應該是神仙，不食人間煙火。</p> <p>4.敝人拿到題目時，第一個想到的是單價乘以數量，跟我一樣想法的考生應該是占大多數，然後就是做不下去……，另起爐灶，我支持你向考選部反映意見。</p> <p>5.在《解說預力混凝土》裡面就已經提到，欲使設計最經濟，應爭取鋼腱偏心距最大，因為這樣能裝下最多的使用載重，這樣能使得斷面內力C與P最小，而P(預力值)是要花錢買的，買越少鋼腱就能達到工程效果，那就叫經濟啊！。您不會連《解說預力混凝土》都沒買就搶著當砲灰吧！</p>
考點命中	歐陽老師《解說鋼筋混凝土》例題3-1.1。

解：

(1)考慮剪力筋需固定，故至少兩支主筋。

若暫時不理會金錢上的考量，在力學上應追求斷面最大力臂，這樣可以使力量在最小的情況下，追上特定彎矩值。

力量(T及C_c)最小，就代表鋼筋買得比較少，可省成本。

(此處暫不考慮不同等級鋼筋的單價差異，也不考慮不同配比的混凝土單價差異)

為使單位面積(1 cm^2)材料能提供最大力，先選 $f_y=5600 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ 的鋼筋與 $f'_c=280 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ 的混凝土。

設 $\phi = 0.9$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{19.05}{0.9} = 21.6667 \text{ tf-m}$$

$$\text{材料參數 } m = \frac{f_y}{0.85f'_c} = 23.529$$

$$\text{力矩參數 } R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{21.6667 \times 10^5}{30 \times 43.5^2} = 38.167$$

$$\text{鋼筋比 } \rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right] = 7.743 \times 10^{-3}$$

$$A_{s,req'd} = \rho bd = 9.75 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,min} = \max \left[\frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} bd, \frac{14}{f_y} bd \right] = \frac{14}{f_y} bd = 3.2625 \text{ cm}^2 < 9.75 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

$$9.75 / 5.067 = 1.92 \quad \text{須取2支}$$

$$A_{s,prov'd} = 2 \times 5.067 = 10.134 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,prov'd} f_y = 0.85 f'_c ab$$

$$10.134(5600) = 0.85(280)(30a)$$

$$\text{解出 } a = 7.95 \text{ cm}$$

$$x = a / 0.85 = 9.35 \text{ cm}$$

$$\epsilon_t = \frac{0.003}{x} (43.5 - x) = 0.011 > 0.005 \quad \text{故 } \phi = 0.9 \quad \text{OK!}$$

$$\phi M_n = 0.9(10.134)(5.6) (43.5 - 7.95 / 2) / 100 = 20.188 \text{ tf-m} \geq M_u = 19.5 \text{ tf-m} \quad \text{OK!}$$

(2) 檢討裂紋控制

$$\text{兩支主筋心到心間距} = 30 - 8 - 2 \times 1.27 - 2.54 = 16.92 \text{ cm}$$

$$\text{一般案例, } \min \left\{ 38 \left(\frac{2800}{f_s} \right) - 2.5c_c, 30 \left(\frac{2800}{f_s} \right) \right\} \cong 25 \text{ cm}$$

滿足要求

(3) 如果選 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ 的鋼筋與 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ 的混凝土

$$\text{材料參數 } m = \frac{f_y}{0.85f'_c} = 17.6471$$

$$\text{鋼筋比 } \rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right] = 0.009963$$

$$A_{s,req'd} = \rho bd = 13 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,min} = \max \left[\frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} bd, \frac{14}{f_y} bd \right] = \frac{14}{f_y} bd = 3.2625 \text{ cm}^2 < 13 \text{ cm}^2 \quad \text{OK!}$$

$$13 / 5.067 = 2.56 \quad \text{須取3支}$$

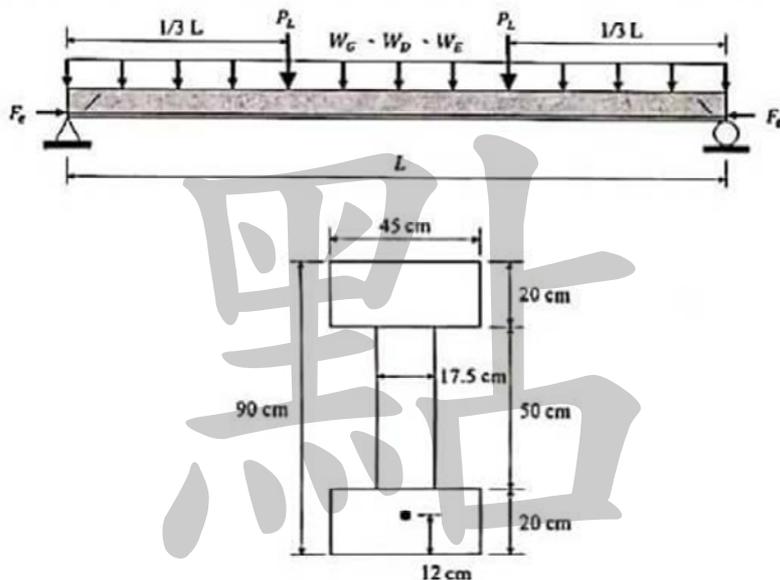
視為較不經濟

綜上，取 $f_y=5600 \text{ kgf/cm}^2$ 的鋼筋與 $f'_c=280 \text{ kgf/cm}^2$ 的混凝土

(4)如果選較大的 f_y ，在總拉力 T 不變下，所需要的拉力筋數量會減少。

如果選較大的 f'_c ，單位面積能提供的壓應力較大，Whitney應力塊的面積就可以減少，力臂就可以增加，可以提供較大的標稱彎矩。換方向講，在 M_u 固定下，選較大的 f'_c ，力臂就可以增加，拉力就可以減少，拉力筋面積就可以減少。

三、如下圖所示之簡支預力混凝土梁跨徑 $L = 20 \text{ m}$ ，鋼筋混凝土之單位重 $\gamma = 2.4 \text{ tf/m}^3$ 、混凝土強度 $f'_c = 420 \text{ kgf/cm}^2$ ，主筋降伏強度 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ 、肋筋降伏強度 $f_{yt} = 2800 \text{ kgf/cm}^2$ ，有效預力 $F_e = 200 \text{ tf}$ 。今於地震後發現距離梁端支承約水平距離為一倍有效深度處出現腹剪裂縫，經查原設計階段所採用之垂直肋筋為 D10@15 cm，使用載重包括：自重 W_G 、均佈靜載重 $W_D = 1.1 \text{ tf/m}$ 、集中活載重 $P_L = 25 \text{ tf}$ ，但未考慮垂直向地震力。今擬重新檢討，假設垂直向地震力為均佈載重，其值為自重 W_G 與均佈靜載重 W_D 兩者相加後的 25%，且仍使用 D10當作垂直肋筋，請問肋筋間距 s 宜如何配置以避免腹剪破壞？（25分）



預力簡支 PCI 形梁之斷面圖與受力圖

試題評析 預力混凝土剪力設計已經約20年沒考了，所以屬於叫中上的題目。

考點命中 與洪達老師《預力混凝土》講義P.8-10頁題目相同

解：

解: (1) $A = 45 \times 20 \times 2 + 17.5 \times 50 = 2675 \text{ cm}^2$

$$d = 90 - 12 = 78 \text{ cm} > 0.8 \times 90 = 72 \text{ cm} \Rightarrow \text{OK}$$

(2) $W_G = 2.4 \times 0.2675 = 0.642 \text{ tf/m}$

$$W_D = 1.1 \text{ tf/m}$$

$$\therefore W_E = 0.25 (1.1 + 0.642) = 0.4355 \text{ tf/m}$$

$$W_D + W_G = 1.1 + 0.642 = 1.742 \text{ tf/m}$$

\therefore 距離樑端 1 倍有效深度處之 V_u :

$$V_{u1} = 1.2 \times 1.742 \times (10 - 0.178) + 1.6 \times 25 = 59.273 \text{ tf}$$

$$V_{u2} = 1.2 \times 1.742 \times (10 - 0.178) + 1 \times 0.4355 \times (10 - 0.178) + 1 \times 25 = 48.289 \text{ tf}$$

$$\therefore V_u = V_{u1} = 59.273 \text{ tf}$$

(3) $\therefore f_{pc} = \frac{200 \times 10^3}{2675} = 74.766 \text{ kgf/cm}^2$

$$V_p = 0$$

$$\therefore V_{cw} = (0.93 \sqrt{f_{c20}} + 0.3 \times 74.766) \times 17.5 \times 78 = 566.33 \text{ kgf} = 56.633 \text{ tf}$$

$$\therefore V_s = \frac{59.273}{0.75} - 56.633 = 22.4 \text{ tf}$$

$$V_s < 1.06 \sqrt{f_c} b d \Rightarrow \text{中剪力區}$$

$$\therefore S = \frac{2 \times 0.71 \times 78 \times 2800}{22.4 \times 10^3} = 13.85 \text{ cm}$$

$$\therefore S_{max} = \min(1285, \frac{3}{4} \times 90, 60) = 1285 \text{ cm}$$

⇒ 計算：採用 $D10 @ 13\text{cm}$ ，夾板採用 $D10 @ 10\text{cm}$ 。

- (4) 討論：① 應載重組合比較，應是由靜載重加活載重之組合控制。
 ② 雖然題目說是因未考慮地震力而造成之破壞，但是，經比較區段由保先之靜載重加活載重控制，而保先是採用 $D10 @ 15\text{cm}$ 。但經計算結果，至少須採用 $D10 @ 13\text{cm}$ ，所以應該是保先的筋量就不足了。

四、某鋼筋混凝土柱之斷面尺寸 $80 \times 80 \text{ cm}$ 、淨高度 6.4 m ，混凝土強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ 、鋼筋降伏強度 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，縱向主筋使用 $D32$ 鋼筋。已知該柱於軸壓力分別為 $P = 180 \text{ tf}$ 及 $P = 360 \text{ tf}$ 作用時，柱底彎矩塑鉸性質分別如表 3 所示，皆為雙線性曲線。該柱底今承受軸壓力 $P = 270 \text{ tf}$ ，彎矩 $M = 232.5 \text{ tf-m}$ ，假設其彎矩塑鉸性質可由表 3 數值作線性內插，且反曲點位於淨高度一半位置。請根據民國 109 年 12 月交通部頒「公路橋梁耐震評估與補強設計規範」所列公式如下，以撓曲變形為主，評估反曲點下方柱視作單曲率柱時之曲率韌性需求 μ_ϕ 、轉角韌性需求 μ_θ ，與位移韌性需求 μ 。（25 分）

$$\delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3}, \theta_y = \frac{\delta_y}{L}$$

$$\delta_u = \frac{M_u}{M_y} \delta_{y+(\phi_u-\phi_y)L_P} \times (L - 0.5L_P), \theta_u = \frac{\delta_u}{L}$$

$$L_P = 0.08L + 0.0022d_b f_y \geq 0.0044d_b f_y$$

表3 彎矩塑鉸參數表

	軸力 $P = 180 \text{ tf}$		軸力 $P = 360 \text{ tf}$	
	曲率 ϕ	彎矩 M	曲率 ϕ	彎矩 M
	rad/m	tf-m	rad/m	tf-m
原點	0	0	0	0
降伏點	0.004	200	0.006	240
極限點	0.03	230	0.01	260

試題評析	1. 降伏位移 $\delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3}$ 的公式是學理，可以從共軛梁法或曲率面積定理得到。 2. 依題目所給公式，恆有轉角韌性 = 位移韌性。 3. 塑鉸長度 $L_p = 0.08L + 0.0022d_b f_y \geq 0.0044 d_b f_y$ 的公式就含有試驗統計的成分在內，此公式顯示降伏應變愈大，塑鉸愈長，韌性愈佳。 4. 韌性分為位移韌性、轉角韌性、曲率韌性等三種。
考點命中	類似題在歐陽老師《鋼筋混凝土學了沒》第2-49頁。

解：

	軸力P=180tf		軸力P=360tf		軸力P=270tf	
	曲率 ϕ	彎矩M	曲率 ϕ	彎矩M	曲率 ϕ	彎矩M
	rad/m	tf-m	rad/m	tf-m	rad/m	tf-m
原點	0	0	0	0	0	0
降伏點	0.004	200	0.006	240	$(0.004+0.006)/2=0.005$	$(200+240)/2=220$
極限點	0.03	230	0.01	260	$(0.03+0.01)/2=0.02$	$(230+260)/2=245$

線性內插得，軸力P = 270 tf，降伏曲率 $\phi_y = 0.005$ rad/m，極限曲率 $\phi_u = 0.02$ rad/m

曲率韌性需求 $\mu_\phi = \phi_u / \phi_y = 0.02 / 0.005 = 4$ Ans.

按公式，降伏位移 $\delta_y = \frac{\phi_y L^2}{3} = \frac{0.005 \times 3.2^2}{3} = 0.017067 \text{ m} = 1.7067 \text{ cm}$

$$\text{降伏轉角 } \theta_y = \frac{\delta_y}{L} = \frac{1.7067}{320} = 5.3333 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

按公式，塑鉸長度 $L_p = 0.08L + 0.0022d_b f_y \geq 0.0044 d_b f_y$

$$0.08L + 0.0022d_b f_y = 0.08(320) + 0.0022(3.22)(4200) = 55.35 \text{ cm}$$

$$0.0044 d_b f_y = 0.0044(3.22)(4200) = 59.5056 \text{ cm} \quad (\text{控制})$$

按公式，極限位移 $\delta_u = \frac{M_u}{M_y} \delta_y + (\phi_u - \phi_y)L_p \times (L - 0.5L_p)$

$$= \frac{245}{220} \times 0.017067 + (0.02 - 0.005)0.595056(3.2 - 0.5 \times 0.595056)$$

$$= 0.04491 \text{ m} = 4.491 \text{ cm}$$

$$\text{極限轉角 } \theta_u = \frac{\delta_u}{L} = \frac{4.491}{320} = 0.01403 \text{ rad}$$

轉角韌性需求 $\mu_{\theta} = \theta_u / \theta_y = \frac{0.01403}{5.3333 \times 10^{-3}} = \underline{2.63} \dots \dots \text{Ans.}$

位移韌性需求 $\mu = \delta_u / \delta_y = \frac{4.491}{1.7067} = \underline{2.63} \dots \dots \text{Ans.}$

高
點